

۱ مشتق تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x^5} - x\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x} - x}$ در $x = 4$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{1}{4}$
- (۴) $\frac{1}{3}$

۲ اگر داشته باشیم $f(x) = (x^3 - 5x + 4) \sin(\frac{\pi}{4}\sqrt{x})$ ، حاصل $f'(1)$ کدام گزینه است؟

- عامل صفر سوزنده
- (۱) ۱
 - (۲) $(3x^2 - 5) (\sin \frac{\pi}{4} \sqrt{x})$
 - (۳) -۱
 - (۴) -۲
- $-2 \times 1 = -2$

۳ در تابع $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 15x$ ، رابطه $f'(-1) + f'(a) = 0$ برقرار است. a کدام است؟

- (۱) ۹
 - (۲) $\frac{8}{5}$
 - (۳) $\frac{10}{5}$
 - (۴) ۱۱
- $f'(x) = \frac{3}{2}x - 15$
- $-1 + \frac{3}{2}a - 15 = 0 \rightarrow a = 11$

۴ اگر $g(x) = 4\sqrt{x} + x^2$ و $(f \circ g)'(4) = 45$ باشد، حاصل $f'(24)$ کدام است؟

- (۱) ۱۵
 - (۲) $g'(x) = 2x + \frac{2}{\sqrt{x}}$
 - (۳) ۳
 - (۴) ۹
- $f \circ g(x) = f'(g(x)) \times g'(x) = 45$
- $f'(24) \times 9 = 45$

۵ آهنگ متوسط تابع $f(x) = x^3 + x$ در فاصله $[1, 2]$ دو برابر آهنگ لحظه‌ای در کدام نقطه از بازه است؟

- (۱) ۱
 - (۲) $\frac{4}{3}$
 - (۳) $\frac{3}{2}$
 - (۴) $\frac{5}{3}$
- $3x^2 + 1 = 2$
- $x = \pm 1$

۶ عرض از مبدأ خط مماس بر تابع $f(x) = (x^2 - 4x + 3)\sqrt{x+3}$ در نقطه $x = 1$ کدام است؟

- (۱) ۱
 - (۲) $f'(x) = (2x - 4) \times \frac{1}{2}\sqrt{x+3} + (x^2 - 4x + 3) \times \frac{1}{2\sqrt{x+3}}$
 - (۳) ۳
 - (۴) ۴
- $-2 \times 2 = -4$
- $y = -2x + 5$

۷ تابع f روی \mathbb{R} مشتق پذیر است و $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x) + 1}{x^3 + 8} = 2$ حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2-3h)}{h^2 - h}$ کدام است؟

- (۱) ۹۶
- (۲) $f'(-2) = 25$
- (۳) -۹۶
- (۴) ۴۸

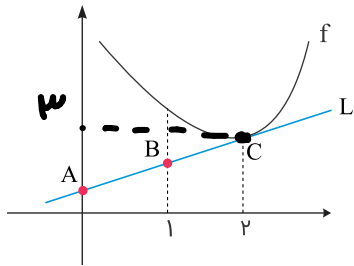
$\div \rightarrow \text{Hop} \rightarrow \frac{f'(-2) - f'(-2) \times (-3)}{2h - 1} = -96$

تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$ در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۲ مشتق‌پذیر نیست. مقدار $f'(0)$ چقدر است؟

$S = 3$
 $P = 2$

$(x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{1}{3} (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{2}{3}} (2x - 3) = \frac{2x - 3}{3(x^2 - 3x + 2)^{\frac{2}{3}}}$

در شکل زیر، تابع $f(x)$ بر خط L در نقطه‌ای به طول ۲ مماس است. اگر $f(2) - 2 = f'(2) = 1$ باشد، مقدار $\frac{|BC|}{|AB|}$ چقدر است؟



$f(2) = 3$

$y = x + 1$

$AB = \sqrt{1^2 + 1} = \sqrt{2}$

$BC = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x} \sqrt{\frac{1}{x+1}} - \sqrt{\frac{4x}{x+1}}}{\sqrt[3]{x} \sqrt[3]{\frac{1}{x+1}} - 1}$ باشد، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ کدام است؟

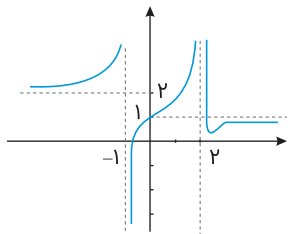
(۲) -۱

(۴) $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

(۳) ۲

نمودار تابع f به شکل زیر است. چند مورد از حدهای زیر درست محاسبه شده است؟



$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(f(x)) = 2$ (پ) ✓

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(f(x)) = 2$ (ب) ✓

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f[f(x)]) = 0$ (د) ✓

(۱) ۲

(۲) صفر

(۳) ۳

(۴) ۱ ✓

۱۲ اگر باقی مانده تقسیم $f(x)$ بر $x - 5$ و $x + 5$ به ترتیب -5 و 5 باشد، باقی مانده تقسیم $g(x) = x(f \circ f)(x)$ بر $x^2 - 25$ کدام است؟

$$f(5) = -5$$

$$g(5) = 5 f \circ f(5) = 25 \quad (1)$$

$$f(-5) = 5$$

$$g(5) = 25 \quad (3)$$

$$g(-5) = -5 f \circ f(-5) = 25$$

تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 3} - a}{x^2 - 2x} & ; x > 2 \\ bx - 1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته است. حاصل $a + b$ برابر کدام گزینه می باشد؟

$$\frac{23}{6} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{13}{6} \quad (4)$$

$$\frac{21}{6} \quad (1)$$

$$\frac{11}{6} \quad (3)$$

۱۴ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x^2 - x - 2|}{ax - \sqrt{x^2 + b}} = -2$ باشد، مقدار مثبت a کدام است؟

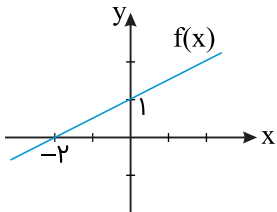
$$\frac{1}{12} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$2 \quad (1) \quad \checkmark$$

$$3 \quad (3)$$

۱۵ باتوجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^{-1}(2\sqrt{x}) - 2}{f(4x) - 3}$ کدام است؟



$$1 \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{-x^2 + x + 2}{ax - \sqrt{x^2 + b}} = \frac{0}{a} \xrightarrow{H} \frac{-2x + 1}{a - \frac{x}{\sqrt{x^2 + b}}} = -2$$

$\underbrace{ax - \sqrt{x^2 + b}}_{=0}$

۱۵

$$\sqrt{\xi + b} = 2a \rightarrow \xi a^2 - 2a - \xi = 0$$

$$a = -\frac{1}{2} \quad a = 2$$