

کنکور ۱۴۰۳

Classino

First Class

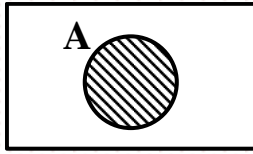
(رشته انسانی)

مهندس آریان حیدری

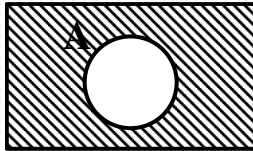




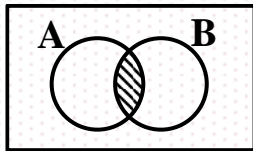
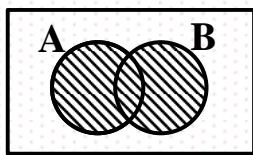
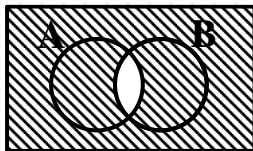
مجموعه‌ها

 A

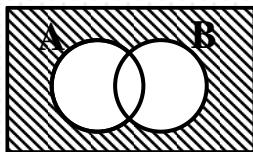
تو A هست

 A'

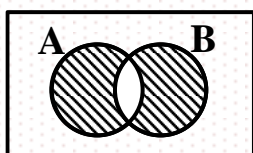
تو A نیست

 $A \cap B$ هم تو A ، هم تو B
A و B $A \cup B$ تو A ، تو B یا هر دو
حداقل توییکی از A یا B
A یا B $(A \cap B)'$
 $A' \cup B'$

توی هر دوی A و B نباشد

 $(A \cup B)'$
 $A' \cap B'$

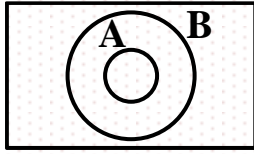
نه تو A ، نه تو B

 $A - B$
 $A \cap B'$ تو A هست ولی تو B نیست
فقط تو A $(A - B) \cup (B - A)$
 $(A \cup B) - (A \cap B)$

فقط توییکی از A یا B

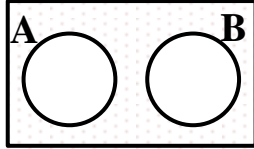


حالات خاص:



$$A \subset B$$

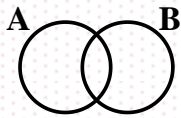
A زیر مجموعه B



$$A \cap B = \emptyset$$

$$(A \subset B' \text{ یا } B \subset A')$$

A و B جدا از هم



$$A \cup B = S$$

* یادآوری:

$$\begin{cases} A \cup \emptyset = A \\ A \cap \emptyset = \emptyset \end{cases}$$

$$\begin{cases} A \cup S = S \\ A \cap S = A \end{cases}$$

حالت خاص ✓

* در مسائل جبر مجموعه‌ها

کلی ← شماره‌گذاری ناحیه‌ها



(ریاضی ۹۹)

۱. اگر A و B دو مجموعه غیر تهی با شرط $A \subset B$ باشند، آن گاه کدام رابطه نادرست است؟

$$B \cap A' = \emptyset \quad (۴) \quad A \cap B' = \emptyset \quad (۳) \quad A - B' = A \quad (۲) \quad B - A' = A \quad (۱)$$

۲. فرض کنید A و B دو مجموعه غیر تهی و جدا از هم، با یک مجموعه مرجع باشند، کدام رابطه نادرست است؟

(ریاضی فارغ ۹۹)

$$(A \cup B)' = \emptyset \quad (۴) \quad A \cap B' = A \quad (۳) \quad A - B' = \emptyset \quad (۲) \quad A \subset B' \quad (۱)$$

(انسانی فارغ ۱۴۰۰)

۳. اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $((A - B) \cup (B - A))'$ کدام است؟

$$A' \cup B' \quad (۴) \quad A \cup B \quad (۳) \quad A' \cap B' \quad (۲) \quad A \cap B \quad (۱)$$

۴. اگر متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر $A \cap B$ باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است.)

(انسانی ۱۴۰۰)

$$B = \emptyset \text{ یا } A = \emptyset \quad (۴) \quad A \cup B = S \quad (۳) \quad A \subseteq B' \quad (۲) \quad A \subseteq B \quad (۱)$$



(گزینه درو ۱۴۰۱)

۵. متمم مجموعه $(A - B)' - A'$ کدام است؟

$A \cup B$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

$A' \cap B'$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

خطرا!

پاسخ: گزینه ۳

نکات: برای هر دو مجموعه دلخواه A و B ، داریم:

۱) $A - B = A \cap B'$

۲) $(A \cap B)' = A' \cup B'$

۳) $(A')' = A$

۴) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$

۵) $A \cap A' = \emptyset$

۶) $A \cap \emptyset = \emptyset$

۷) $A \cap B = B \cap A$

با توجه به نکات، عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(A - B)' - A' = (A \cap B')' \cap (A')' = (A' \cup B) \cap A = \underbrace{(A' \cap A)}_{\emptyset} \cup (B \cap A) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$$

و متمم مجموعه اخیر، برابر است با:

$(A \cap B)' = A' \cup B'$



(ریاضی قارج ۹۹)

۶. مجموعه $(A - (A \cap B')) \cup (B \cap (A \cap B))'$ با کدام مجموعه، برابر است؟

B' (۴)

A' (۳)

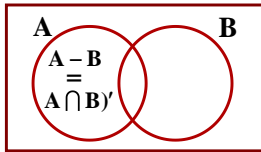
B (۲)

A (۱)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

(۱) برای هر دو مجموعه‌ی A و B همواره رابطه‌ی زیر برقرار است.



$$A - B = A \cap B'$$

(۲) قوانین دمورگان:

$$\begin{cases} (A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B' \end{cases}$$

$$\underbrace{(A \cap (A \cap B'))}'_{\text{نکته ۱}} \cup \underbrace{(B \cap (A' \cup B'))}_{\text{نکته ۲}} = (A \cap (A' \cup B)) \cup (B \cap (B' \cup A'))$$

نکته:

(۱) قوانین جذب:

$$\begin{cases} A \cup (A \cap B) = A \\ A \cap (A \cup B) = A \end{cases}$$

(۲) قوانین شبه جذب:

$$\begin{cases} A \cup (A' \cap B) = A \cup B \\ A \cap (A' \cup B) = A \cap B \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\text{شبه جذب شبه جذب} \\ &= (A \cap B) \cup (B \cap A') \end{aligned}$$

نکته:

خاصیت پخشی و برعکس:

$$\begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases}$$

$$= B \cap A \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap M = B$$



۷. اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $A' \cup ((B \cap A) \cap [(B \cup A) \cap B])$ با کدام

مجموعه برابر است؟

(ریاضی ۱۴۰۱)



- (۱) $(A - B)'$
- (۲) $B - A$
- (۳) B
- (۴) \emptyset

پاسخ: گزینه ۱

$$A' \cup ((B \cap A) \cap \overline{[(B \cup A) \cap B]}) = ?$$

نکته ۱: قوانین جذب:

$$B \cap (B \cup A) = B$$

$$B \cup (B \cap A) = B$$

با توجه به قانون جذب قسمت * می‌شه B پس:

$$A' \cup ((B \cap A) \cap \overline{A \cap B}) = A' \cup (A \cap B)$$

نکته ۲: قوانین شبه جذب:

$$A' \cup (A \cap B) = A' \cup B$$

$$A' \cap (A \cup B) = A' \cap B$$

با توجه به قانون شبه جذب جواب می‌شه $A' \cup B$ که همون گزینه ۱ هست، چون با توجه به قانون دمورگان:

$$A' \cup B = (A \cap B')' = (A - B)'$$

۸. اگر A و B دو مجموعهٔ ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$ با

کدام مجموعه برابر است؟

(ریاضی فارغ ۱۴۰۱)



- (۱) A
- (۲) \emptyset
- (۳) $A - B$
- (۴) $A' - B'$

پاسخ: گزینه ۱

$$[(A \cap B) - B]' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$$

$$[(A \cap B) - B']' \cap [(A \cap B) \cup (A - B)]$$

$$[\emptyset]'$$

$$U$$

$$A \cap (B \cup B')$$

$$A$$

$$= U \cap A = A$$



(ریاضی خارج ا۱۴۰۱)

۹. اگر U مجموعه مرجع و $A' \cup B = A' \cap B'$ باشند، کدام مورد درست است؟

$B = \emptyset$ (۴)

$B = U$ (۳)

$A = \emptyset$ (۲)

$A = B$ (۱)



(ریاضی قارج ۱۴۰۰)

۱۰. فرض کنید $C = (A - B) \cup (B - A)$ ، حاصل $(A' \cap B')' \cap C'$ کدام است؟

$A \cup B$ (۲)

$A \cap B$ (۱)

C' (۴)

C (۳)

۱۱. فرض کنید $U = A \cup B$ مجموعه مرجع و $C = (A - B) \cup (B - A)$. اگر $((A' - B)' \cap C)' = B$ ، کدام عبارت

(ریاضی ۱۴۰۰)

درست است

$A \cap B = \emptyset$ (۲)

$B \subseteq A$ (۱)

$A - B$ (۴)

$A \subseteq B$ (۳)



(گاج ۱۴۰۱)

۱۲. حاصل $[A \cap B' \cap C'] \cup [(B \cup C) \cap A]$ کدام است؟

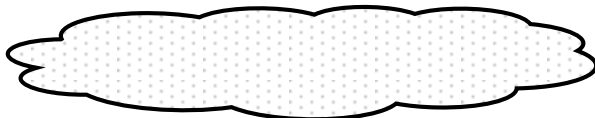
- (۱) A
(۲) A'
(۳) B
(۴) B'

پاسخ: گزینه ۱

با توجه به خواص مجموعه‌ها خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}
 [A \cap B' \cap C'] \cup [(B \cup C) \cap A] &= \overbrace{[A \cap (B' \cap C')]}^{\text{عکس‌دمورگان}} \cup [(B \cup C) \cap A] = [A \cap (B \cup C)'] \cup \underbrace{[(B \cup C) \cap A]}_{\text{جاب‌جایی}} \\
 &= \underbrace{[A \cap (B \cup C)']}_{\text{فاکتورگیری}} \cup [A \cap (B \cup C)] = A \cap \underbrace{[(B \cup C)' \cup (B \cup C)]}_U = A \cap U = A
 \end{aligned}$$

به یاد داشته باشیم اجتماع هر مجموعه با متمم همان مجموعه برابر مجموعه مرجع خواهد بود.



(ریاضی ۹۹)

۱۳. مجموعه $(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B))$ ، با کدام مجموعه، برابر است؟

- (۱) $A \cup B'$
(۲) $A \cap B'$
(۳) A
(۴) B'

پاسخ: گزینه ۴

نکته: برای هر دو مجموعه‌ی دلخواه A و B و هر دو گزاره دلخواه p و q:

(۱) قوانین جذب

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases} \quad \begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases}$$

با توجه به این که در هیچ‌یک از گزینه‌ها C دیده نمی‌شود، نتیجه می‌گیریم که جواب بستگی به C ندارد و مختار هستیم که به جای C هر مجموعه‌ی دلخواهی قرار دهیم. معمولاً \emptyset یا M را انتخاب می‌کنیم. در این تست چون $B \cap C$ مشاهده می‌شود، بهتر است به جای $C = \emptyset$ قرار دهیم که جمله‌ی $B \cap C$ ، تهی شود و محاسبات سریع‌تر شود:

$$(A - B) \cup ((B \cap C)' \cap ((B' \cup A) - B)) = (A \cap B') \cup \underbrace{((B \cap \emptyset)' \cap ((B' \cup A) \cap B'))}_{\text{جذب}} =$$

$$(A \cap B') \cup \underbrace{M \cap B'}_{\text{جذب}} = (A \cap B') \cup B' = B'$$

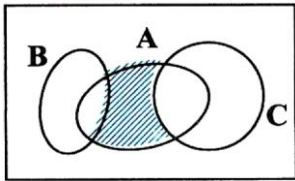
نکته: قوانین شبه جذب:

$$\begin{cases} A \cap (A' \cup B) = A \cap B \\ A \cup (A' \cap B) = A \cup B \end{cases}$$



۱۴. مجموعه‌های A ، B و C ، مطابق شکل مقابل، مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست

(انسانی ۹۹)



است؟

(۱) $A \cap (B' \cap C')$

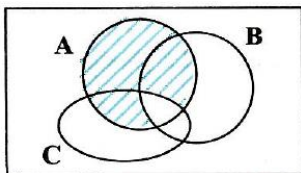
(۲) $A \cap (B \cup C)'$

(۳) $(A - C) \cap (A - B)$

(۴) $(A - C) \cup (A - B)$

۱۵. مطابق شکل مقابل، فرض کنید A ، B و C ، سه مجموعه باشند. کدام مورد برای قسمت سایه خورده، نادرست

(انسانی فارح ۹۹)



است؟

(۱) $(A - B) \cup (A - C)$

(۲) $A \cap (B' \cup C')$

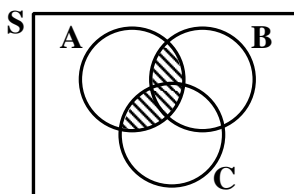
(۳) $A - (B \cap C)$

(۴) $A - (B \cup C)$

۱۶. سه پیشامد A ، B و C مطابق شکل زیر، در فضای نمونه‌ای S مفروض‌اند. کدام مورد برای قسمت هاشور خورده،

(انسانی دی ۱۴۰۱)

نادرست است؟



(۱) $A \cap (B \cup C)$

(۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

(۳) $(A - (A - B)) \cup (A - (A - C))$

(۴) $(A - (A \cap B)) \cap (A \cap C)$



۱۷. اگر A ، B و C سه مجموعه ناتهی از مجموعه مرجع U باشند، مجموعه $C - ((A - B)' - (B - C)) - C$ با کدام مجموعه برابر است؟

(ریاضی دی ۱۴۰۱)

- (۱) $A' - (B \cup C)$ (۲) $B - (A \cup C)$ (۳) $C - (A \cup B)$ (۴) $(A' \cup B') - C$



ریاضیات صفر

اتحادهای

1 مربع کامل

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مثال:

$$(x - 4)^2 =$$

$$(5/1)^2 =$$

بلد باش!

- $x^2 \pm 2x + 1 = (x \pm 1)^2$
- $x^2 \pm 4x + 4 = (x \pm 2)^2$
- $x^2 \pm 6x + 9 = (x \pm 3)^2$
- $4x^2 \pm 4x + 1 = (2x \pm 1)^2$

2 مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

مثال:

$$x^2 - 9 =$$

$$47^2 - 43^2 =$$

$$19/9 \times 20/1 =$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 1 = 0 \rightarrow$$



3

مکعب کامل

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال:

$$(x - 2)^3 =$$

$$(1/9)^3 =$$

بلد باش!

$$\bullet x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$$

$$\bullet x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$$

$$\bullet x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$$

$$\bullet x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2)^3$$

4

چاق و لاغر

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

مثال:

$$x^3 + 1 =$$

$$x^3 - 8 =$$



گویا کردن مخرج کسرها

* ضرب کردن صورت و مخرج در مزدوج یا چاق مخرج!

مثال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$$

توان و ریشه

* قوانین:

$$۱) (a^n)^m = (a^m)^n = a^{mn}$$

$$۲) a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$۳) a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}, \quad \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}, \quad \sqrt[n]{a^n} = \left\{ \begin{array}{l} a \text{ اگر } n \text{ زوج باشد} \\ |a| \text{ اگر } n \text{ فرد باشد} \end{array} \right.$$

$$۱) \sqrt[n]{m\sqrt{a}} = mn\sqrt{a}$$

$$۲) \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$



سوتی نامه!

* ۱۲ سوتی رایج:

شکل درست محاسبه	محاسبه غلط دانش آموز!	عملیات مورد نظر
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \rightarrow a + b + 2\sqrt{ab}$	$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$	جملات یک بسته‌ی چند جمله‌ای را تک تک به توان نرسانید، مگر این که بین آن‌ها ضرب باشد: $(ab)^n = a^n b^n$
$(a - b^2) \rightarrow a^2 + b^4 - 2ab^2$	$(a - b^2)^2 = a^2 - b^4$	جواب جذر عدد مثبت، هیچ‌گاه منفی نمی‌شود. اگر از عدد مجهول جذر گرفتید، حتماً قدر مطلق بگذارید!
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{9} = \pm 3$	وقتی زیر رادیکال، مجموع چند عبارت باشد، حق ندارید تک تک جذر بگیرید، مگر اینکه بین آن‌ها ضرب باشد ...
$\sqrt{x^2} = x $ $x^2 = 9 \rightarrow x = 3 \Rightarrow x \pm 3$	$\begin{cases} \sqrt{x^2} = x \\ x^2 = 9 \rightarrow x = 3 \end{cases}$	وقتی عددهای توانی با توان برابر یا پایه‌ی یکسان، جمع و منها شده باشند، حاصلشان فرمولی ندارد؛ تک تک حساب کن.
اول $4 + x^2$ را حساب کرده، بعد جذر می‌گیریم.	$\sqrt{4 + x^2} = 2 + x$	ضرب عدد توانی در عدد غیر توانی، فرمولی ندارد!
$2^3 + 2^5 = 8 + 32 = 40$	$2^3 + 2^5 = 2^8$	اگر منفی، پشت عبارتی قرار دارد، حتماً پرانتز بگذارید، به خصوص وقتی مخرج مشترک می‌گیرید و بین دو کسر، منها وجود دارد! در ضمن منهای پشت پرانتز مال همه‌ی عامل‌های داخل پرانتز است ...
$5^4 - 2^4 = 625 - 16 = 609$	$5^4 - 2^4 = 3^4$	اگر از دو طرف تساوی عددی را که جمع یا منها شده خط می‌زنید، به جایش صفر بگذارید ...
$3 \times 2^5 = 3 \times 32 = 96$	$3 \times 2^5 = 6^5$	عدد مشترکی را که در صورت و مخرج جمع یا منها شده، نمی‌توانید ساده کنید، مگر آن که بین همه‌ی عامل‌ها ضرب باشد ...
$x - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - (x-1)}{x}$	$x - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - x - 1}{x}$	عدد مشترکی را که در صورت و مخرج جمع یا منها شده، نمی‌توانید ساده کنید، مگر آن که بین همه‌ی عامل‌ها ضرب باشد ...
$3x - (x+1) = 3x - x - 1$	$3x - (x+1) = 3x - x + 1$	کسری را که مخرجش جمع یا تفاضل چند عدد یا عبارت است، نمی‌توانید از طریق مخرجش تفکیک کنید؛ تفکیک کسر فقط از راه صورت آن است.
$x^2 + \cancel{x} = \cancel{x} \Rightarrow x^2 = 0$	$x^2 + \cancel{x} = \cancel{x} \Rightarrow x^2 = 1$	کسری را که مخرجش جمع یا تفاضل چند عدد یا عبارت است، نمی‌توانید از طریق مخرجش تفکیک کنید؛ تفکیک کسر فقط از راه صورت آن است.
$\frac{x^2 + x + 1}{x} \rightarrow x + 1 + \frac{1}{x}$	$\frac{x^2 + \cancel{x} + 1}{\cancel{x}} = x^2 + 1$	
$\frac{x(x-1) + 1}{x} = \frac{x^2 - x + 1}{x}$	$\frac{\cancel{x}(x-1) + 1}{\cancel{x}} = (x-1) + 1 = x$	
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$	$\frac{x}{x+1} = \frac{x}{x} + \frac{x}{1} = 1 + x$	



$x^{\cancel{2}}(x-9) = x^{\cancel{2}} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-9 = 1 \end{cases}$	$x^{\cancel{2}}(x-9) = x^{\cancel{2}} \Rightarrow x-9 = 1$	<p>اگر در یک معادله که بین همهی عامل‌های آن ضرب وجود دارد، عبارتی را از دو طرف تساوی خط زدید، حتماً آن عبارت را مساوی صفر بگذارید و ریشه‌های حاصل را در نظر بگیرید.</p>	۱۰
$\frac{0/2}{0/17} = \frac{0/20}{0/17} = \frac{20}{17}$	$\frac{0/2}{0/17} = \frac{2}{17}$	<p>اگر می‌خواستید ممیزها را از صورت و مخرج کسر خط بزنید، دقت کنید که تعداد اعشارها یکسان باشد.</p>	۱۱
$x^2 - 2x + 3 = 0$ <p>اصلاً ریشه ندارد $\Delta < 0$</p>	$x^2 - 2x + 3 = 0$ $\begin{cases} S = 2 \\ P = 3 \end{cases}$	<p>در معادله‌ی درجه‌ی دو، هر جا سخن از S و P است، نام $\Delta > 0$ می‌درخشد.</p>	۱۲
در کلیه‌ی نامعادلات و معادلات، پس از به دست آوردن جواب‌ها باید به دامنه توجه کرد.			۱۳