

کنکور ۱۴۰۳

Classino

# First Class

(رشته تجربی و ریاضی)

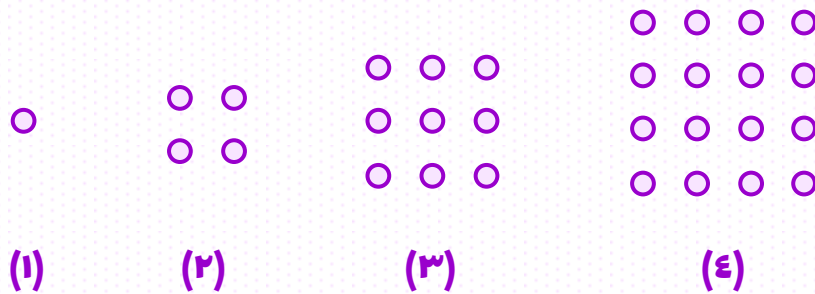
مهندس آریان حیدری







## الگو و دنباله



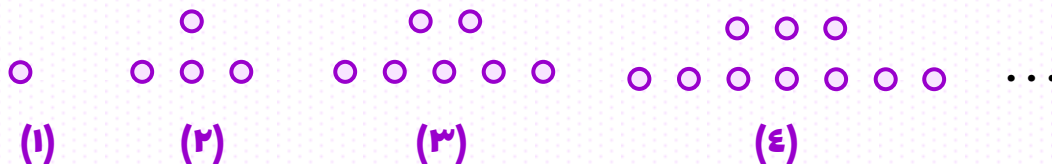
الگو

→ ۱, ۴, ۹, ۱۶, ...      دنباله      →  $t_n =$

جمله عمومی دنباله

مربعی

خطی



تست کردن جمله اول

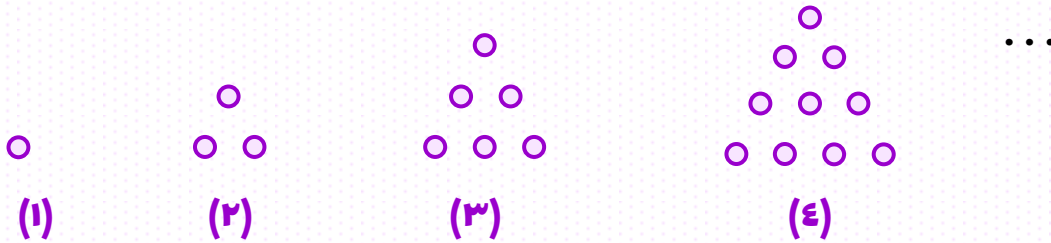
→ ۱, ۴, ۷, ۱۰, ...      →  $t_n = \boxed{a} n + \boxed{b}$

$\downarrow$  فاصله (قدر نسبت)  
 $\uparrow$

تمرین: ۲, ۷, ۱۲, ۱۷, ...      →  $t_n =$



## درجه دو



تست کردن جمله اول



$$t_n = \boxed{a} n^2 + \boxed{b} n + \boxed{c}$$

نصف فاصله فاصله

جمله .....!

مثالی

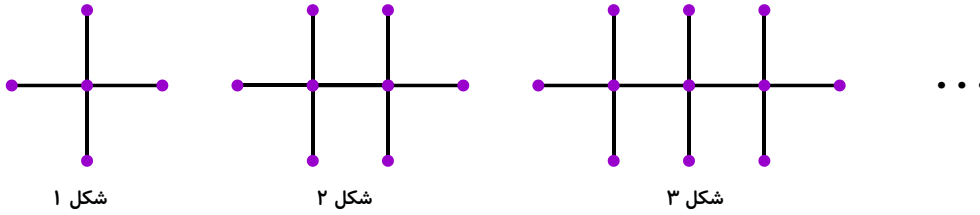
تمرین:

۲, ۴, ۸, ۱۴, ...



(کتاب موج آزمون نشر الگو)

۱. تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟



۶۰ (۱)

۶۱ (۲)

۶۲ (۳)

۶۴ (۴)

شکل ۱

شکل ۲

شکل ۳

پاسخ: گزینه ۳

راه حل اول:

تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	$1+3+1$	$2+4+2$	$3+5+3$	...	$n+(n+2)+n$

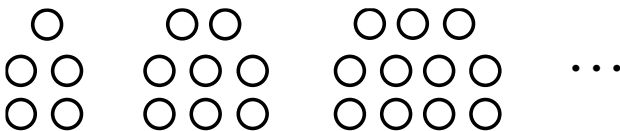
بنابراین در شکل  $n$ ام،  $3n+2$  نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راه حل دوم:

اگر ۴ نقطه به چهار گوشه شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل  $n$ ام برابر  $3(n+2)$  خواهد بود. پس در شکل  $n$ ام،  $3(n+2)-4$  نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

(تجربی قارچ ۹۸)

۲. در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل دوازدهم، کدام است؟



۳۴ (۱)

۳۶ (۲)

۳۸ (۳)

۴۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

با نوشتن تعداد نقطه‌ها در مراحل اول داریم:

۵, ۸, ۱۱, ...

پس با یک الگو خطی با قدرنسبت  $d=3$  و جمله اول  $a_1=5$  مواجهیم.

$$a_n = a_1 + (n-1)d = 5 + 3(n-1)$$

کافی است جمله دوازدهم این دنباله حسابی را بیابیم:

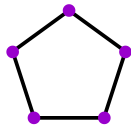
$$a_{12} = 5 + (12-1)(3) = 38$$



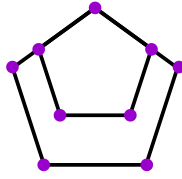
(کتاب موج آزمون نشر الگو)



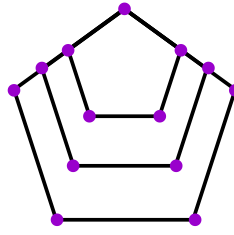
۳. تعداد نقاط روی شکل دهم از الگوی زیر کدام است؟



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

...

۴۰ (۱)

۴۱ (۲)

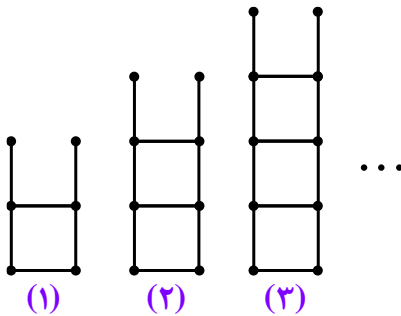
۵۰ (۳)

۵۱ (۴)

(فعالیت کتاب درسی)

۴. با توجه به الگوی مقابل، تعداد پاره‌خطها در کدام مرحله، ۳۳ تا است؟

**خطرا!**



۸ (۱)

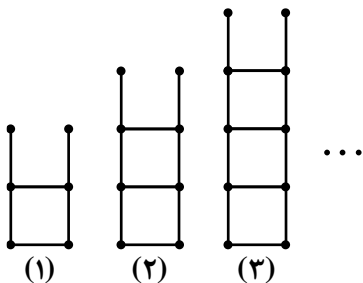
۹ (۲)

۱۰ (۳)

۱۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

به کمک جدول زیر، تعداد پاره‌خطهای هر مرحله را می‌نویسیم:



شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
$a_n$	$۲ \times ۳$	$۳ \times ۳$	$۴ \times ۳$	...	$(n+1) \times ۳$

پس جمله عمومی این دنباله  $a_n = 3n + 3$  است. حالا دنبال مرحله‌ای هستیم که  $a_n = 33$  باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

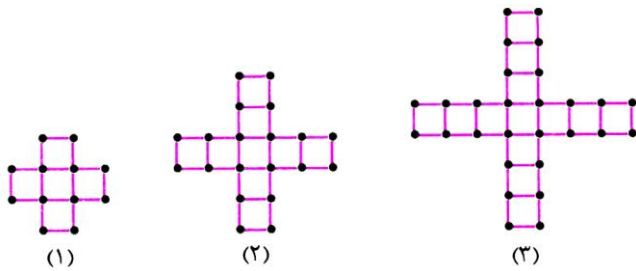
$$3n + 3 = 33 \Rightarrow 3n = 30 \rightarrow n = 10$$

در مرحله دهم، تعداد پاره‌خطها ۳۳ تا است.



(کتاب نردبام فیلی سبز)

۵. در الگوی مقابل، در شکلی که ۵۳ مربع وجود دارد، تعداد رأس‌ها کدام است؟



۱۰۲ (۱)

۱۰۴ (۲)

۱۰۶ (۳)

۱۰۸ (۴)

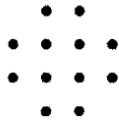


(تمرین کتاب درسی)

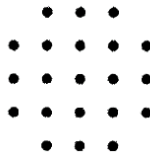
۶. در الگوی هندسی زیر، شکل دهم از چند نقطه تشکیل شده است؟



(۱)



(۲)



(۳)

...

۱۲۰ (۱)

۱۳۰ (۲)

۱۴۰ (۳)

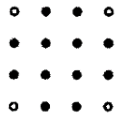
۱۵۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳

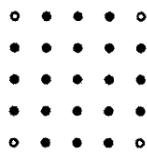
اگر شکل‌ها را به صورت زیر رسم کنیم:



(۱)



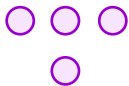
(۲)



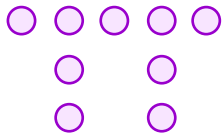
(۳)

می‌بینیم تعداد نقطه‌ها در شکل  $n$  ام برابر است با  $a_n = (n+2)^2 - 4$  یعنی  $a_n = n^2 + 4n$ ، پس در شکل دهم  $a_{10} = 10^2 + 4(10) = 140$  نقطه داریم.

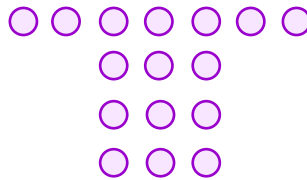
۷. جمله عمومی تعداد دایره‌ها در شکل  $n$  ام به صورت  $t_n = an^2 + bn + c$  است. کدام  $2a + b - c$  است؟ (کتاب هرکول)



(۱)



(۲)



(۳)

, ...

۳ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

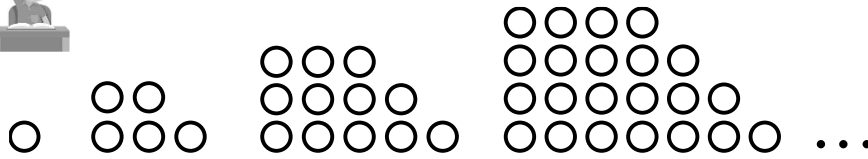




(تجربی ۹۸)



۸. در الگوی زیر، تعداد نقطه‌ها، در شکل نهم، کدام است؟



۱۱۷ (۱)

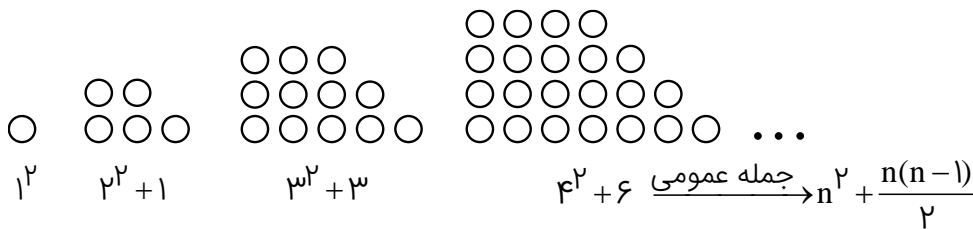
۱۲۰ (۲)

۱۲۳ (۳)

۱۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

سوال، به شدت شبیه یکی از تمرینات کتاب است. با توجه به مربع کامل‌های جدا شده، داریم:

پس برای تعیین جمله نهم کافیست به جای  $n$  بگذاریم ۹:  $۹^۲ + \frac{۹(۹-۱)}{۲} = ۱۱۷$ 

بدون توجه به مربع کامل از طریق الگوی درجه دوم عمل می‌کنیم: افزایش‌ها تشکیل دنباله عددی دادن با قدر

نسبت ۳، پس ضریب  $n^۲$  همیشه  $\frac{۳}{۲}$ افزایش:  $+۴$   $+۷$   $+۱۰$   
۱ و ۵ و ۱۲ و ۲۲ و ...  $\Rightarrow S_n = \frac{۳}{۲}n^۲ + bn + c$ بنابراین ضابطه  $S_n$  به صورت  $S_n = \frac{۳}{۲}n^۲ - \frac{۱}{۲}n + ۰$  است. حالا  $S_۹$  را به دست می‌آوریم:

$$S_۹ = \frac{۳}{۲} \times ۹^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۹ = ۹ \left( \frac{۲۷}{۲} - \frac{۱}{۲} \right) = ۹ \times \frac{۲۶}{۲} = ۹ \times ۱۳ = ۱۱۷$$

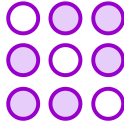


کتاب موج آزمون نشر الگو

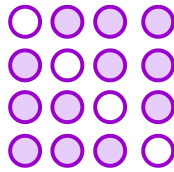
۹. تعداد دایره‌های رنگی در شکل  $n$ ام الگوی زیر کدام است؟



شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳

...

(۱)  $n^2 + 1$

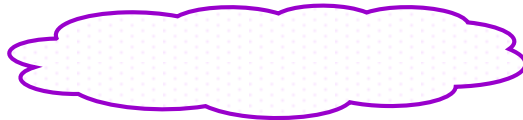
(۲)  $2n^2$

(۳)  $3n^2 - 1$

(۴)  $n^2 + n$

پاسخ: گزینه ۴

در شکل  $n$ ام،  $(n+1)^2$  دایره وجود دارد که  $(n+1)$  تای آن رنگ نشده است. پس تعداد دایره‌های رنگی  $(n+1)^2 - (n+1)$  است که برابر است با  $n^2 + n$ .



کتاب IQ آگج

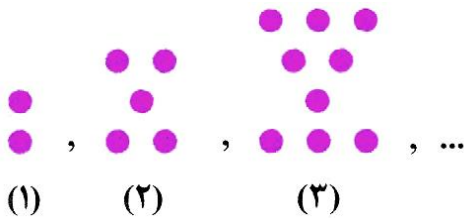
۱۰. با توجه به الگوی زیر، تعداد دایره‌ها در کدام مرحله برابر با ۲۷ است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

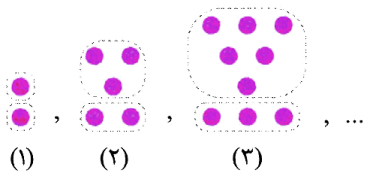
(۳) ۸

(۴) ۹



پاسخ: گزینه ۱

برای پیدا کردن جمله عمومی این الگو، دسته بندی مقابل را در نظر می‌گیریم:



این الگو از یک الگوی مثلثی و یک دنباله که جملاتش به صورت  $1, 2, 3, \dots$  است تشکیل شده، پس جمله عمومی

این دنباله به صورت  $a_n = \frac{n(n+1)}{2} + n$  است، پس باید معادل زیر را حل کنیم:

$$\frac{n(n+1)}{2} + n = 27 \Rightarrow \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n = 27 \Rightarrow \frac{1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n - 27 = 0 \Rightarrow n^2 + 3n - 54 = 0 \Rightarrow n = 6, -9$$

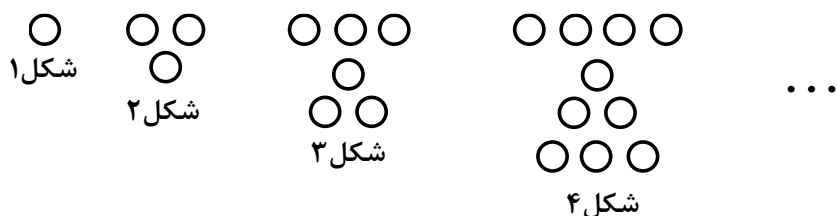




## حالات خاص مربعی و مثلثی

(قلمپی ۷ فروردین ۱۴۰۱)

۱۱. در الگوی زیر، تعداد دایره‌ها در شکل دهم کدام است؟



- (۱) ۵۵  
(۲) ۶۵  
(۳) ۴۵  
(۴) ۵۰

پاسخ: گزینه ۱

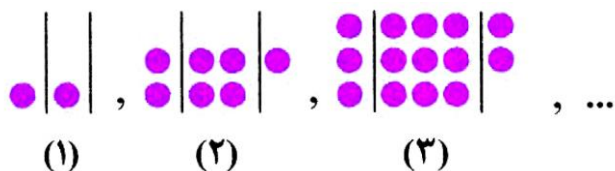
الگوی مورد نظر از دو بخش تشکیل شده است که قسمت بالای آن دقیقاً هم تعداد با شماره‌ی مرحله‌ی آن شکل است، یعنی در شکل  $n$ ام،  $n$  دایره در بالای شکل خواهیم داشت. اما در بخش پایینی، اعداد طبیعی از عدد ۱ تا یکی قبل از شماره‌ی مرحله‌ی آن شکل جمع می‌شوند. بنابراین در مرحله‌ی  $n$ ام،  $(1 + \dots + (n-1)) + n$  دایره در پایین شکل خواهیم داشت. در نتیجه:

$$a_n = n + 1 + 2 + \dots + n - 1 = n + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow a_{10} = 10 + \frac{10 \times 9}{2} = 55$$

(کتاب IQ گاج)

۱۲. با توجه به الگوی مقابل، تعداد دایره‌ها در شکل دهم چقدر است؟



- (۱) ۱۲۱  
(۲) ۱۲۳  
(۳) ۱۱۷  
(۴) ۱۱۹



۱۳. مطابق الگوی زیر با تعدادی سکه، اشکالی را می‌سازیم. با در اختیار داشتن ۶۶ سکه، شکل مرحله چندم ساخته می‌شود؟

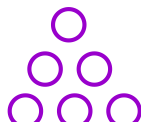
(گزینه دو ۱۱ تیر ۱۴۰۱)



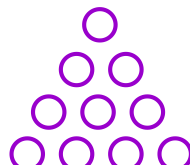
مرحله ۱



مرحله ۲



مرحله ۳



مرحله ۴

...

- (۱) دهم
- (۲) یازدهم
- (۳) دوازدهم
- (۴) نهم

پاسخ: گزینه ۲

نکته: اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مطابق الگوی داده شده، تعداد سکه‌ها در مرحله nم برابر مجموع اعداد ۱ تا n است.

$$a_n = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

می‌دانیم در شکل مرحله nم ۶۶ سکه وجود دارد، پس:

$$a_n = 66 \Rightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 66 \Rightarrow n(n+1) = 132 \Rightarrow n^2 + n - 132 = 0 \Rightarrow (n+12)(n-11) = 0 \Rightarrow n = 11 \text{ یا } n = -12$$

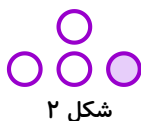
n عدد طبیعی است، پس n = 11 تنها جواب قابل قبول است.

۱۴. در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با  $\frac{8}{17}$  است؟

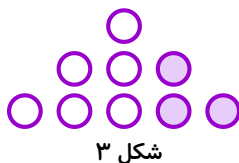
(کتاب موج آزمون نشر الگو)



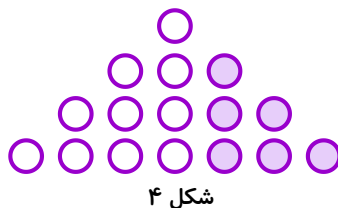
شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳



شکل ۴

...

- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۷
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۵

پاسخ: گزینه ۲

تعداد کل گوی‌ها در شکل nم برابر است با:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

تعداد گوی‌های رنگی در شکل nم برابر است با:

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$$

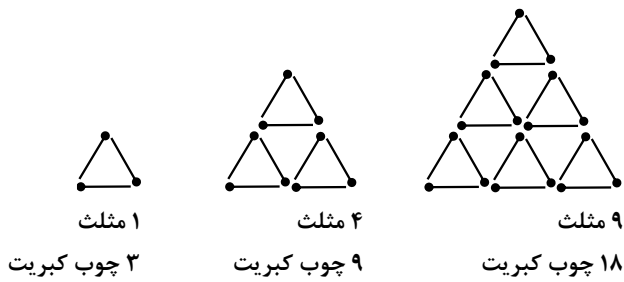
بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل nم برابر است با  $\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n^2} = \frac{n-1}{2n}$ . به این ترتیب  $\frac{n-1}{2n} = \frac{8}{17}$  پس n = 17

$$\text{ترتیب } \frac{n-1}{2n} = \frac{8}{17} \text{ پس } n = 17$$



(گزینه دو ۷ فروردین ۹۹)

۱۵. مطابق الگوی زیر برای ساخت ۱۰۰ مثلث کوچک، چند چوب کبریت لازم است؟



۱۶۵ (۱)

۱۹۸ (۲)

۲۰۰ (۳)

۴) با این الگو ۱۰۰ مثلث نمی‌توان ساخت.

پاسخ: گزینه ۱

نکته: مجموع  $n$  عدد طبیعی متوالی با شروع از یک برابر است با:

$$1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$$

مطابق الگویابی، دنباله تعداد مثلث‌ها و تعداد چوب کبریت‌ها به صورت زیر است:

$$\text{تعداد مثلث‌ها: } a_n : 1, 4, 9, 16, \dots \Rightarrow a_n = n^2$$

$$\text{تعداد چوب کبریت‌ها: } b_n : 1 \times 3, 1 \times 3 + 2 \times 3, 1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3, 1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 4 \times 3, \dots$$

$$\Rightarrow b_n = 3 \times (1+2+3+\dots+n) \Rightarrow b_n = \frac{3n(n+1)}{2}$$

بنابراین اگر تعداد مثلث‌ها برابر ۱۰۰ باشد، داریم:

$$a_n = 100 \Rightarrow n^2 = 100 \Rightarrow n = 10 \Rightarrow b_{10} = 3 \times \frac{10 \times 11}{2} = 3 \times 55 = 165$$



(کتاب موج آزمون نشر الگو)

۱۶. در الگوی زیر، در شکل چندم تعداد گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟

۱۷ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

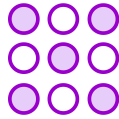
۱۴ (۴)



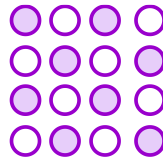
شکل ۱



شکل ۲



شکل ۳



شکل ۴

...

**ترفند بدترین حالت ممکن: نه خطی شد! نه درجه ۲!**

..... نگاه کن!

**پاسخ: گزینه ۲**

با توجه به الگو، در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است، نصف تعداد گوی‌ها نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها  $n^2 - 1$  خواهد بود که نصف آن‌ها را رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس  $1 + \frac{n^2 - 1}{2}$  گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر  $n$  عددی زوج باشد،  $\frac{n^2}{2}$  نیز عددی زوج است. پس در شکل‌های با شماره زوج، تعداد گوی‌های رنگ شده زوج است و در شکل‌هایی با شماره فرد، تعداد گوی‌های رنگ شده فرد است. چون ۱۱۳ گوی رنگی در شکل  $n$  وجود دارد، پس  $n$  باید فرد باشد، بنابراین:

$$\frac{n^2 - 1}{2} + 1 = 113 \Rightarrow n^2 - 1 = 224 \Rightarrow n^2 = 225 \Rightarrow n = 15$$



۱۷. در یک الگوی خطی جمله‌ی اول ۵ و جمله‌ی هشتم ۱۶- است. جمله‌ی دهم این دنباله کدام

(تست ۵۰ صفحه ۶۲ جلد دوم پزوه کنکور ۱۴۰۱)

است؟

- (۱) -۱۹      (۲) -۲۰      (۳) -۲۱      (۴) -۲۲

(تجربی ۱۴۰۱)

۱۸. اگر ۸ و ۵ به ترتیب جملات پنجم و دهم یک الگوی خطی باشند، جمله شانزدهم کدام است؟

- (۱) ۱۱/۶      (۲) ۹/۶      (۳) ۲/۴      (۴) ۱/۴

۱۹. اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت  $t_n = an^2 + bn$  و جمله‌ی دوم و پنجم آن به ترتیب ۲ و ۲۵- باشند،

(تست ۱۹ صفحه ۵۳ جلد دوم پزوه کنکور ۱۴۰۱)

جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

- (۱) -۶۳      (۲) -۱۳۳      (۳) ۶۳      (۴) ۱۳۳

۲۰. اعداد ۱۴ و ۱۷/۲ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگ‌ترین درجه جمله

(تجربی فارغ ۱۴۰۱)

عمومی، برابر  $\frac{1}{7}$  قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

- (۱) ۲      (۲) ۲/۴      (۳) ۴/۶      (۴) ۵



## استراتژی‌های چهار گانه آریان حیدری

### استراتژی ۱

(ریاضی فارغ ۱۴۰۰)

۱. ساده‌ی شده‌ی عبارت  $\frac{\sin(\theta)}{1-\cos(\theta)} + \frac{1+\cos(\theta)}{\sin(\theta)}$  کدام است؟

۴)  $2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۳)  $2 \cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۲)  $\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$

۱)  $\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$

پاسخ: گزینه ۳

$$A = \frac{\sin\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta} \Rightarrow \sin\theta = 2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \cos\theta = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2}$$

$$\cos\theta = 1 - 2 \sin^2\frac{\theta}{2} \Rightarrow 1 - \cos\theta = 2 \sin^2\frac{\theta}{2} \Rightarrow \cos\theta = 2 \cos^2\frac{\theta}{2} - 1 \Rightarrow 1 + \cos\theta = 2 \cos^2\frac{\theta}{2}$$

$$A = \frac{2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2}}{2 \sin^2\frac{\theta}{2}} + \frac{2 \cos^2\frac{\theta}{2}}{2 \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{\theta}{2}} \Rightarrow A = \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} + \frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} = 2 \cot\frac{\theta}{2}$$

۲. اندازه زاویه A در مثلث ABC، ۴۵ درجه بیشتر از اندازه زاویه B است، حاصل  $2 \cos A \sin B - \sin C$

(ریاضی ۱۴۰۱)

کدام است؟

۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۳)  $\frac{3}{2}$

۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

در هر مثلثی  $A+B+C=180^\circ$  پس  $A+B+C=180^\circ - (A+B)$  در این مثلث  $A=B+45^\circ$ . پس:

$$2 \cos A \sin B - \sin C \Rightarrow 2 \cos\left(B + \frac{\pi}{4}\right) \sin B - \sin\left(\pi - \left(2B + \frac{\pi}{4}\right)\right) = 2 \cos\left(B \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \sin B \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \sin B - \sin\left(2B + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \sqrt{2} (\cos B - \sin B) \sin B - \left(\sin 2B \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \cos 2B \times \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2} \cos B \sin B - \sqrt{2} \sin^2 B$$

$$- \frac{\sqrt{2}}{2} (2 \sin B \cos B + 1 - 2 \sin^2 B) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$





۳. اندازه زاویه B در مثلث ABC، ۲ برابر اندازه A است. حاصل  $2 \sin A \cos B - \sin C$  با کدام مورد برابر

است؟

(ریاضی مهر ۱۴۰۱)



(۴)  $\sin A$

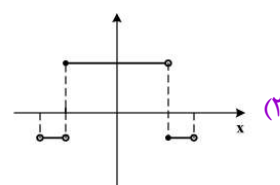
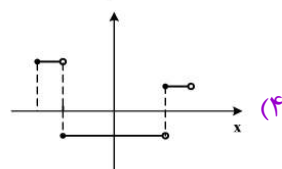
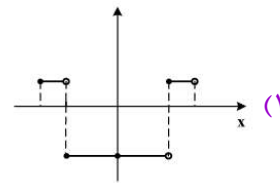
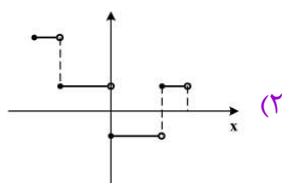
(۳)  $\sin B$

(۲)  $-\sin B$

(۱)  $-\sin A$

(تقریبی ۱۴۰۰)

۴. نمودار تابع  $y = 2|[3x]| - 1$  به ازای  $-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2}$  کدام است؟



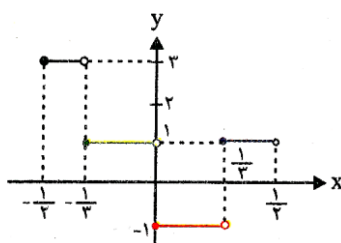
پاسخ: گزینه ۲

نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$-\frac{1}{2} \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq 3x < \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2} \leq 3x < -1 \Rightarrow [3x] = -2 \\ -1 \leq 3x < 0 \Rightarrow [3x] = -1 \\ 0 \leq 3x < 1 \Rightarrow [3x] = 0 \\ 1 \leq 3x < \frac{3}{2} \Rightarrow [3x] = 1 \end{cases}$$

پس نمودار تابع f به صورت زیر است.

یعنی گزینه (۲) صحیح است.





۵. به ازای هر  $m$ ، معادله  $(m-2)x + (m+1)y = 6$ ، معادله قطری از دایره  $C$  است. اگر نقطه  $A(-1, 1)$  روی دایره  $C$

باشد، محیط دایره  $C$  کدام است؟

(ریاضی ۱۴۰۱)

$$2\sqrt{3}\pi \quad (4)$$

$$3\pi \quad (3)$$

$$2\pi \quad (2)$$

$$2\sqrt{2}\pi \quad (1)$$

(تجربی ری ۱۴۰۱)

۶. مقدار  $\log_n^m = a$  و مقدار  $\log_{mn}^{m^2n} = b$  است. اگر  $a > 0$  باشد، حاصل  $[b]$  چقدر است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$



## استراتژی ۲

(تجربی ۱۴۰۰)

۷. دامنه تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\log_4(x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2 - 1} + 1}$ ، کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$  (۲)  $(-1, 2)$   
 (۳)  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$  (۴)  $(-2, 1)$

پاسخ: گزینه ۱

(۱) باید داخل log، مثبت باشد:

$$0 < (x^2 - x - 2) \Rightarrow 0 < (x+1)(x-2) \Rightarrow \boxed{x < -1 \text{ یا } 2 < x} \quad (\text{I})$$

همین جا هر سه گزینه ۲ و ۳ و ۴ حذف می‌شوند و نتیجه می‌گیریم که گزینه ۱ صحیح است.  
 اما اگر به جز گزینه ۱، گزینه دیگری هم می‌ماند به سراغ شرط دوم می‌رفتیم:  
 (۲) زیر رادیکال باید نامنفی باشد:

$$0 \leq (x^2 - 1) \Rightarrow 1 \leq x^2 \Rightarrow \boxed{x < -1 \text{ یا } 1 < x} \quad (\text{II})$$

اشتراک دو مجموعه (I) و (II) می‌شود مجموعه (II) که همان گزینه (۱) است.



(ریاضی ۱۴۰۰)



۸. دامنه تغییرات تابع  $f(x) = \log_6 \frac{1}{6 + \sqrt{|x|} - |x|}$ ، کدام است؟

- (۱)  $(-9, 9)$  (۲)  $(-4, 9)$  (۳)  $(4, 9)$  (۴)  $(-4, 4)$

زنگ باش

پاسخ: گزینه ۱

(۱) برای محاسبه دامنه این تابع کافی است داخل log را بزرگ‌تر از صفر قرار دهیم:

$$0 < 6 + \sqrt{|x|} - |x|$$

(۲) به جای  $\sqrt{|x|} = t$  می‌گذاریم (پس حتماً  $0 \leq t$  است)

$$0 < 6 + t - t^2 \Rightarrow \underbrace{t^2 - t - 6}_{(t-3)(t+2)} < 0$$

$$\Rightarrow -2 < t < 3 \xrightarrow{\text{از طرفی } 0 \leq t \text{ است}} 0 \leq t < 3 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{|x|} < 3 \Rightarrow 0 \leq |x| < 9 \Rightarrow -9 < x < 9 \rightarrow \text{گزینه «۱»}$$



(تجربی ۹۹)

۹. مجموعه جواب نامعادله  $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ ، کدام است؟

(۴) (۰/۸, ۲)

(۳) (۱, ۲)

(۲) (۰/۸, ۱/۲)

(۱) (۰/۶, ۱/۵)

روش ۲:

روش ۱:

پاسخ: گزینه ۴

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$$

هر یک از نامعادلات را جدا جدا حل می‌کنیم و در نهایت بین مجموعه جواب‌ها، اشتراک می‌گیریم.

$$1 < \frac{x+1}{2x-1} \Rightarrow 0 < \frac{x+1}{2x-1} - 1 \Rightarrow 0 < \frac{(x+1) - (2x-1)}{(2x-1)} \Rightarrow 0 < \frac{2-x}{2x-1} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{2} < x < 2} \quad (\text{I})$$

$$\frac{x+1}{2x-1} \leq 3 \Rightarrow \frac{x+1}{2x-1} - 3 < 0 \Rightarrow \frac{(x+1) - 3(2x-1)}{2x-1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{4-5x}{2x-1} < 0 \Rightarrow \boxed{x < \frac{1}{5} \quad \frac{4}{5} < x} \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) \cap (\text{II}) = \left(\frac{4}{5}, 2\right)$$

(تجربی خارج ۹۹)

۱۰. مجموعه جواب نامعادله  $-1 < \frac{2x-1}{x+1} < 3$ ، کدام است؟(۴)  $\mathbb{R} - [-4, -1]$ (۳)  $\mathbb{R} - [-4, 0]$ (۲)  $(4, +\infty)$ (۱)  $(0, +\infty)$ 

روش ۲:

روش ۱:





(تجربی ۱۴۰۱)

۱۱. وارون تابع  $x^3 - x + 1$  از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(\frac{5}{8}, \frac{1}{2})$  (۳)  $(1, 2)$  (۴)  $(-\frac{1}{2}, \frac{11}{8})$

(تجربی خارج ۱۴۰۱)

۱۲. وارون تابع  $y = -3x^3 + 2x - 11$  از کدام نقطه عبور می کند؟

- (۱)  $(9, -2)$  (۲)  $(2, -31)$  (۳)  $(-1, 10)$  (۴)  $(-12, -1)$



(تجربی خارج ۱۴۰۱)

۱۳. اگر  $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$  و  $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$  باشد، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, 5)$  (۲)  $(-1, 5]$  (۳)  $(-1, 1)$  (۴)  $(-1, 1]$

(تجربی ۱۴۰۱)

۱۴. اگر  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$  و  $\tan(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1-m}{2+m}$  باشد، مجموعه مقادیر  $m$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 1)$  (۲)  $(-2, 1]$  (۳)  $(-1, 2]$  (۴)  $(-1, 2)$



## ریاضیات صفر

### اتحادها

### 1 مربع کامل

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مثال:

$$(x - 4)^2 =$$

$$(5/1)^2 =$$

بلد باش!

- $x^2 \pm 2x + 1 = (x \pm 1)^2$
- $x^2 \pm 4x + 4 = (x \pm 2)^2$
- $x^2 \pm 6x + 9 = (x \pm 3)^2$
- $4x^2 \pm 4x + 1 = (2x \pm 1)^2$

### 2 مزدوج

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

مثال:

$$x^2 - 9 =$$

$$47^2 - 43^2 =$$

$$19/9 \times 20/1 =$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow$$

$$4x^2 - 1 = 0 \rightarrow$$



3

مکعب کامل

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

مثال:

$$(x - 2)^3 =$$

$$(1/9)^3 =$$

بلد باش!

$$\bullet x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = (x + 1)^3$$

$$\bullet x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x - 1)^3$$

$$\bullet x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = (x + 2)^3$$

$$\bullet x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = (x - 2)^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

4

چاق و لاغر

مثال:

$$x^3 + 1 =$$

$$x^3 - 8 =$$



### گویا کردن مخرج کسرها

\* ضرب کردن صورت و مخرج در مزدوج یا چاق مخرج!

مثال: حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$$

### توان و ریشه

\* قوانین:

$$۱) (a^n)^m = (a^m)^n = a^{mn}$$

$$۲) a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$۳) a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \left\{ \begin{array}{l} a \text{ اگر } n \text{ زوج باشد} \\ -a \text{ اگر } n \text{ فرد باشد} \end{array} \right.$$

$$۱) \sqrt[n]{m\sqrt{a}} = mn\sqrt{a}$$

$$۲) \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$





## سوتی نامه!

\* ۲۰ سوتی رایج:

شکل درست محاسبه	محاسبه غلط دانش آموز!	عملیات مورد نظر	
$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \rightarrow a + b + 2\sqrt{ab}$	$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b$	جملات یک بسته‌ی چند جمله‌ای را تک تک به توان نرسانید، مگر این که بین آن‌ها ضرب باشد: $(ab)^n = a^n b^n$	۱
$(a - b^2) \rightarrow a^2 + b^4 - 2ab^2$	$(a - b^2)^2 = a^2 - b^4$	جواب جذر عدد مثبت، هیچ‌گاه منفی نمی‌شود. اگر از عدد مجهول جذر گرفتید، حتماً قدر مطلق بگذارید!	۲
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{9} = \pm 3$	وقتی زیر رادیکال، مجموع چند عبارت باشد، حق ندارید تک تک جذر بگیرید، مگر اینکه بین آن‌ها ضرب باشد ...	۳
$\sqrt{x^2} =  x $ $x^2 = 9 \rightarrow  x  = 3 \Rightarrow x \pm 3$	$\begin{cases} \sqrt{x^2} = x \\ x^2 = 9 \rightarrow x = 3 \end{cases}$	وقتی عددهای توانی با توان برابر یا پایه‌ی یکسان، جمع و منها شده باشند، حاصلشان فرمولی ندارد؛ تک تک حساب کن.	۴
اول $4 + x^2$ را حساب کرده، بعد جذر می‌گیریم.	$\sqrt{4 + x^2} = 2 + x$	ضرب عدد توانی در عدد غیر توانی، فرمولی ندارد!	۵
$2^3 + 2^5 = 8 + 32 = 40$	$2^3 + 2^5 = 2^8$	اگر منفی، پشت عبارتی قرار دارد، حتماً پرانتز بگذارید، به خصوص وقتی مخرج مشترک می‌گیرید و بین دو کسر، منها وجود دارد! در ضمن منهای پشت پرانتز مال همه‌ی عامل‌های داخل پرانتز است ...	۶
$5^4 - 2^4 = 625 - 16 = 609$	$5^4 - 2^4 = 3^4$	اگر از دو طرف تساوی عددی را که جمع یا منها شده خط می‌زنید، به جایش صفر بگذارید ...	۷
$3 \times 2^5 = 3 \times 32 = 96$	$3 \times 2^5 = 6^5$	عدد مشترکی را که در صورت و مخرج جمع یا منها شده، نمی‌توانید ساده کنید، مگر آن که بین همه‌ی عامل‌ها ضرب باشد ...	۸
$x - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - (x-1)}{x}$	$x - \frac{x-1}{x} = \frac{x^2 - x - 1}{x}$	کسری را که مخرجش جمع یا تفاضل چند عدد یا عبارت است، نمی‌توانید از طریق مخرجش تفکیک کنید؛ تفکیک کسر فقط از راه صورت آن است.	۹
$3x - (x+1) = 3x - x - 1$	$3x - (x+1) = 3x - x + 1$		
$\frac{x^2 + x + 1}{x} \rightarrow x + 1 + \frac{1}{x}$	$\frac{x^2 + \cancel{x} + 1}{\cancel{x}} = x^2 + 1$		
$\frac{x(x-1)+1}{x} = \frac{x^2 - x + 1}{x}$	$\frac{\cancel{x}(x-1)+1}{\cancel{x}} = (x-1) + 1 = x$		
$\frac{x+1}{x} = \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = 1 + \frac{1}{x}$	$\frac{x}{x+1} = \frac{x}{x} + \frac{x}{1} = 1 + x$		



$x^{\cancel{2}}(x-9) = x^{\cancel{2}} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-9 = 1 \end{cases}$	$x^{\cancel{2}}(x-9) = x^{\cancel{2}} \Rightarrow x-9 = 1$	<p>اگر در یک معادله که بین همهی عامل‌های آن ضرب وجود دارد، عبارتی را از دو طرف تساوی خط زدید، حتماً آن عبارت را مساوی صفر بگذارید و ریشه‌های حاصل را در نظر بگیرید.</p>	۱۰
$\frac{0/2}{0/17} = \frac{0/20}{0/17} = \frac{20}{17}$	$\frac{0/2}{0/17} = \frac{2}{17}$	<p>اگر می‌خواستید ممیزها را از صورت و مخرج کسر خط بزنید، دقت کنید که تعداد اعشارها یکسان باشد.</p>	۱۱
$\frac{3x-1}{x-1} > 1 \Rightarrow \frac{3x-1}{x-1} - 1 > 0$ <p>ساده کردن و تعیین علامت →</p>	$\frac{3x-1}{x-1} > 1 \Rightarrow 3x-1 > x-1$	<p>در نامعادله‌ها وقتی از علامت عبارات‌های مجهول خبر ندارید، حق طرفین وسطین، معکوس کردن و ضرب عدد در طرفین را ندارید! فقط همه را بیاورید یک طرف و تعیین علامت کنید ...</p>	۱۲
$x^2 - 2x + 3 = 0$ <p>اصلاً ریشه ندارد → <math>\Delta &lt; 0</math></p>	$x^2 - 2x + 3 = 0$ $\begin{cases} S = 2 \\ P = 3 \end{cases}$	<p>در معادله‌ی درجه‌ی دو، هر جا سخن از <math>S</math> و <math>P</math> است، نام <math>\Delta &gt; 0</math> می‌درخشد.</p>	۱۳
$\log(a \times b) = \log a \pm \log b$	$\log(a \pm b) = \log a \times \log b$	<p>لگاریتم ضرب (تقسیم) برابر با جمع (تفریق) لگاریتم‌هاست، نه برعکس!</p>	۱۴
$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$	$\sin\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$	<p>وقتی کمان به صورت مجموع یا تفاضل دو عدد باشد، حق ندارید نسبت مثلثاتی را برای تک تک آن‌ها حساب کنید، اول باید کمان را ساده کنید ...</p>	۱۵
$\cos^2(\sqrt{x}) = (\cos \sqrt{x})^2$ <p>اینم حالت کلی:  <math>\sin^n \alpha = (\sin \alpha)^n, \cos^n \alpha = (\cos \alpha)^n</math></p>	$\cos^2(\sqrt{x}) = \cos x$	<p>توان بالای نسبت‌های مثلثاتی، مال کمان نیست! باید اول نسبت مثلثاتی کمان را حساب کنید و بعد به توان برسانید ...</p>	۱۶
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$	<p>اگر کمان، ضریب داشت، ضریب مال نسبت مثلثاتی نخواهد بود!</p>	۱۷
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$	$\cos \alpha = k \Rightarrow \cos 2\alpha = 2k$	<p>اگر کمان <math>n</math> برابر شد، نسبت مثلثاتی <math>n</math> برابر نمی‌شود.</p>	۱۸
<p>در محاسبه عبارات‌های مثلثاتی، اولویت همیشه ساده کردن و محاسبه‌ی کمان است. بعد از آن نسبت‌های مثلثاتی را حساب می‌کنیم و در آخر هم به توان می‌رسانیم.</p>			۱۹
<p>در کلیه‌ی نامعادلات و معادلات، پس از به دست آوردن جواب‌ها باید به دامنه توجه کرد.</p>			۲۰

